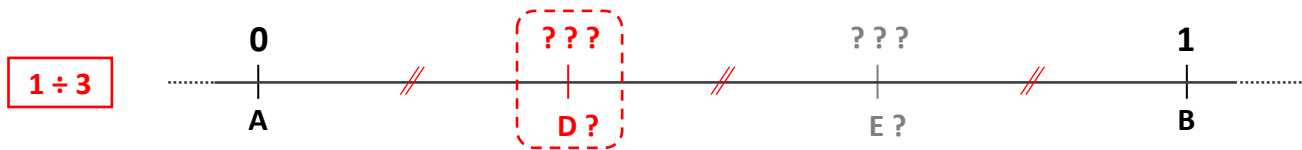


Nombres rationnels

Introduction -- 2

Mais que pensez-vous de la division de 1 par 3 ?

(Suite et fin de la feuille n°21 : Introduction -- 1)



Appelons D et E - s'ils existent ! - les points qui séparent [AB] en 3 segments de même longueur.

Le quotient de la division décimale de 1 par 3 commence par « 0,3 » et se continue par des « 3 », mais quel que soit le nombre de « 3 » après la virgule :

tout nombre décimal qui s'écrit $0,333\dots33\mathbf{3}$ est l'abscisse d'un point situé « avant » D,

tout nombre décimal qui s'écrit $0,333\dots33\mathbf{4}$ est l'abscisse d'un point situé « après » D.

Une calculatrice construite pour fonctionner avec des nombres décimaux ne peut donc rien afficher si nous entrons « $1 \div 3$ » : **il est impossible d'attribuer une abscisse décimale à D !**

On peut imaginer deux raisons à cette situation :

ou bien il est possible de séparer le segment [AB] en trois segments qui ont exactement la même longueur... alors D existe - mais son abscisse n'est **pas** un nombre *décimal*.

Ou bien cette séparation en trois n'est pas possible, et D n'existe pas !

Cette seconde raison est loin d'être loufoque : comment affirmer qu'une séparation est possible, si vous ne connaissez qu'une seule technique de séparation - centrée sur des instruments à graduations décimales - et si cette technique n'aboutit pas ?

Heureusement, les mathématiciens ont découvert une autre technique de séparation : au lieu d'essayer de repérer D par des règles graduées, ils ont démontré qu'on pouvait l'atteindre par une construction ! Nous ne justifierons pas cette construction ici, mais nous l'étudierons en détail dans la partie géométrie du tome 2 de ce cours : elle est à l'origine de l'un des théorèmes les plus célèbres du collège !

Toutefois, comme cette construction s'étudie au niveau 2 du cycle (le « niveau bleu »), il vous faudra attendre l'année prochaine pour l'observer (ou sinon jeter un coup d'œil indiscret à la feuille n° 23) !

En attendant, il vous faudra nous faire confiance lorsque vous nous vous affirmons qu'il est possible de séparer un segment en trois segments de même longueur... et donc qu'il existe d'autres nombres que les décimaux !

Notes :