Nombres relatifs

Inégalités et opérations

Nous avons remarqué (feuille n° 9 : transitivité de l'égalité) que si nous opérions de la même façon sur les deux membres d'une égalité, nous obtenions une nouvelle égalité. Cela n'a évidemment rien d'étonnant, puisque les deux membres de l'égalité sont deux écritures différentes d'un même nombre. Nous opérons sur un seul nombre et le résultat de l'opération est donc bien un nombre unique - mais écrit de deux façons différentes :

$6 = 8 - 2$ ***donc*** $6 \times \mathbf{10} = (8-2) \times \mathbf{10}$ ou encore : $24 \div 4 = 3 \times 2$ ***donc*** $(24 \div 4) \times \mathbf{10} = (3 \times 2) \times \mathbf{10}$

Mais que se passe-t-il lors d'une inégalité ***? Puisque vous opérez sur des nombres différents, il serait imprudent d'affirmer que la relation entre ces nombres sera conservée***.

Pour l'addition et pour la soustraction, tout se passe très bien :

si vous ajoutez (ou retirez) le même nombre aux deux membres d'une inégalité, cette inégalité est conservée.

$5 \neq 8 \begin{cases} 5 + \mathbf{(-6)} \neq 8 + \mathbf{(-6)} \\ 5 - \mathbf{14} \neq 8 - \mathbf{14} \end{cases}$ $9 > 4 \begin{cases} 9 + \mathbf{3} > 4 + \mathbf{3} \\ 9 - \mathbf{8} > 4 - \mathbf{8} \end{cases}$ $-12 < 2 \begin{cases} (-12) + \mathbf{(-5)} < 2 + \mathbf{(-5)} \\ (-12) - \mathbf{7} < 2 - \mathbf{(-7)} \end{cases}$

Et si vous pensez à notre interprétation robotique, ça ne doit pas vous surprendre :
par exemple, si vous ajoutez 3 aux abscisses de tous les points de la droite, les points qui avaient comme abscisses 9 et 4 ont maintenant comme abscisses $9 + 3$ et $4 + 3$… mais ni le robot ni les points n'ont changé de position !

Et pour la multiplication *(rappel : la division attendra le prochain thème)* ***?***

Pour « **différent** » , « **supérieur** », « **inférieur** », la **multiplication par 0** est un piège :

$7 \neq 3$ mais $7 \times \underline{0}\ \mathbf{=}\ 3 \times 0$ (donc $7 \times 0 \neq 3 \times 0$ est **faux** !)

$(-2) > (-5)$ … $(-2) \times 0 = 0$ *et* $(-5) \times 0 = 0$ mais $0 > 0$ est **faux**, $0 < 0$ également,
donc **aucune « ordre strict » ne convient** entre $(-2) \times 0$ et $(-5) \times 0$!

Pour « **supérieur** » et « **inférieur** », toute autre **multiplication par un nombre négatif** est encore un piège :

Multiplication des membres par un nombre strictement positif **La relation entre les résultats ne change pas** !	$5 < 8$ $5 \times \mathbf{2} < 8 \times \mathbf{2}$	$7 > (-3)$ $7 \times \mathbf{6} > (-3) \times \mathbf{6}$
Multiplication des membres par un nombre strictement négatif **La relation entre les résultats est *la réciproque* de la relation de départ** !	$5 < 8$ $5 \times \mathbf{(-2)} > 8 \times \mathbf{(-2)}$	$7 > (-3)$ $7 \times \mathbf{(-6)} < (-3) \times \mathbf{(-6)}$

En revenant à notre interprétation robotique, ça ne doit toujours pas vous surprendre :
lors d'une multiplication par un nombre négatif, le robot fait un demi-tour, donc tout ce qui se trouvait devant lui se trouve maintenant derrière lui… et réciproquement !

Notes :